

Искусство задавать вопросы на уроках математики как способ развития мышления

*Бокова Елена Владимировна,
учитель математики*

*ГБОУ СОШ №10 «ОЦ ЛИК»
г.о.Отрадный Самарской области*

В настоящее время учащиеся должны быть обеспечены знаниями, отражающими современный уровень науки, развивать самостоятельность, инициативность и исследовательские способности. Поэтому осуществляется постоянный поиск эффективных педагогических средств обучения учащихся, которые способствуют формированию и развитию познавательных возможностей, заинтересованности учащихся в получении новых знаний. Одним из таких средств является вопрос учащегося на уроке, вопрос, как форма мысли.

Во многих исследованиях речь идет только о вопросах учителя: именно вопрос учителя рассматривается как средство развития учащихся. Но большую роль играют вопросы самих учеников в их познавательной деятельности.

Отмечу, что учащиеся не умеют задавать вопросы. Точнее, вопросы, задаваемые учащимися, являются односложными, в лучшем случае опирающимися только на факты.

На уроке должны быть созданы ситуации и условия, стимулирующие учащихся к самостоятельной постановке вопросов. А именно:

- Нестандартный вопрос, требующий уточнения. Достаточно ли данных?
- Задача с некорректным условием. Что не так? В чем противоречие?
- Задача, не имеющая решения или имеющая бесконечно много правильных вариантов ответа. Анализ нестандартного результата.
- Задача с лишним условием. Определить лишнее? Оценить многовариантность исключений лишнего.
- Задача с недостающим условием, многовариантная задача. Добавить параметр, проанализировать различные возможности и способы решения.
- Вопросы «Коломбо» - А вот мне интересно....

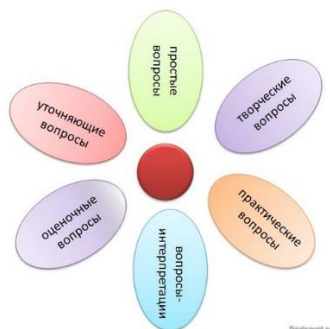
Чтобы научиться задавать вопросы на уроках математики, можно использовать следующие приёмы:

- Стратегия «Вопросительные слова». Ученики записывают в таблицу из двух колонок слова: в правую — понятия, связанные с изучаемой темой, в левую — вопросительные

слова. Затем им предлагают за 5–7 минут сформулировать как можно больше вопросов, складывая по смыслу слова из двух колонок.

Где?
Куда?
Когда?
Почему?
Как?
Сколько?

- Приём «Толстый и тонкий вопросы». Ученики составляют таблицу из двух колонок:
 - Левая колонка — толстые вопросы, ответы на которые могут быть развёрнутыми, подробными, более наполненными, обстоятельными и длинными.
 - Правая колонка — тонкие вопросы, ответы на которые обычно получаются однозначными, короткими, по факту.
- Приём «Ромашка вопросов», или «Ромашка Блума». Ученики изучают разные типы вопросов: простые, уточняющие, интерпретационные (объясняющие), творческие, оценочные и практические.



- Создание ситуаций, стимулирующих самостоятельную постановку вопросов. Например, использование задач с некорректным условием, с лишним условием, с недостающим условием или многовариантных задач.

Необходимые условия для обучения постановке правильных вопросов.

- Не делайте трагедии, если ученик не может ответить на поставленный вопрос. Это нормальная ситуация — он же ученик, он учится. Учитель рядом, чтобы помочь.
- Задавайте больше творческих вопросов, на которые можно дать несколько правильных ответов и которые могут продлить диалог.
- Рекомендуется начинать вопросы со слов: «Кстати, интересно...», которые обращены как бы ни к кому.

- Вы можете поделиться своими проблемами у учащихся, но только настоящими, не выдуманными.
- Вопросы, которые начинаются со слова «Почему», да еще при соответствующей интонации, вызывают у ученика желание обороняться.
- Дайте учащимся составить банк вопросов, направленный на изучение материала.

Вопросительный знак похож на рыболовный крючок. Значит, на него можно что-то поймать. Что же это может быть? Правильно — информация. Логично предположить, что на тоненький вопросик может «клюнуть» информация самая общая, а вот на толстый вопрос можно поймать информацию неординарную, расширенную.

Как нельзя лучше методику задавать вопросы я применила при подготовке к государственной итоговой аттестации ОГЭ и ЕГЭ. При решении КИМ я учила выпускников задавать служебные вопросы: Что делать? Как решать? Надо ли записывать условие? А как дальше? И смысловые вопросы. Результаты приведены в таблице.

Алгоритм (вопросы учителя и провоцирующие ситуации)	Количество вопросов выпускников %			
	1 полугодие		2 полугодие	
	Служебные вопросы %	Смысловые вопросы %	Служебные вопросы %	Смысловые вопросы %
Нестандартный вопрос, требующий уточнения.	10	25	20	5
Задача с некорректным условием.	7	50	23	25
Задача, не имеющая решения или имеющая бесконечно много правильных вариантов ответа.	12	75	20	5
Анализ нестандартного результата.	22	34	26	12
Задача с лишним условием.	15	15	30	15
Задача с недостающим условием, многовариантная задача	20	20	50	2

Школьная математика — предмет, который учит задавать вопросы и искать на них ответы. Во-всяком случае, так должно быть. Однако иногда, по разным причинам, происходит иначе, и многие вопросы повисают в воздухе. Я собрала несколько таких вопросов. Некоторые из них очень простые, другие затрагивают основы математики. Но их объединяет одно: ответы на все эти вопросы должны прозвучать на уроке.

5 класс. На 0 делить нельзя. Почему?

Для начала пятиклассникам предлагаю разобраться, что вообще значит «делить»? Например, почему $6:2=3$. Математик скажет так: «Деление — это обратная операция к умножению». Эта фраза означает, что $6:2=3$, потому что $3 \cdot 2=6$.

Разобравшись с этим, можно приступать к нарушению запретов. Итак, предлагаю поделить 6 на 0. Мы должны получить какой-то результат. Назовем его X . $6:0=X$. Но тогда, проверяя обратное действие умножение $X \cdot 0=6$, а таких чисел не бывает. При умножении на 0 всегда получается 0.

Вот и все объяснение. На ноль не стоит делить не потому, что от этого кому-то будет плохо, а просто потому, что это не получится.

6 класс. Почему $(-1) \cdot (-1)=1$?

Пробую привести убедительные аргументы в пользу такого ответа, и терплю фиаско. Важно понимать, что школьные присказки про то, что два минуса дружат и дают плюс — мнемонические правила, но не объяснения.

В самом деле, в примере $-5 - 3 = -8$ два минуса категорически отказываются дружить.

Легко можно объяснить, что $(-3) \cdot 5 = -15$. Если воспринимать -3 как долг в три рубля, то ясно, что пяти людям я буду должна 15 рублей.

А вот на случае двух отрицательных чисел начинает кипеть голова. Долг отрицательному числу людей?

Так почему же $(-1) \cdot (-1)=1$?

Глубокий математический ответ звучит так: «Нам так захотелось». Люди долго жили с положительными числами, разработали правила общения с ними, а затем придумали новые числа — отрицательные. Это значит, что для них нужно выбирать новые правила. Тогда почему нам захотелось, чтобы $(-1) \cdot (-1)$ был равен 1? Почему не -1? Или, например, не 42? Дело в том, что, введя новые числа, математики захотели сохранить старые правила: от перемены мест множителей произведение не меняется, при умножении любого числа на 0 получался 0, а еще сохраняется распределительный закон.

Распределительный закон — это то, что позволяет умножать например 56 на 3 в уме: 56 — это $50+6$. $50 \cdot 3=150$, $6 \cdot 3=18$. Итого $150+18=168$.

На математическом языке это записывается так: $56 \cdot 3=(50+6) \cdot 3=50 \cdot 3+6 \cdot 3=150+18=168$.

А в буквенном виде так: $(a+b) \cdot c=a \cdot c+b \cdot c$.

Но вернемся к отрицательным числам. Пусть мы не знаем, чему равно $(-1) \cdot (-1)$, но хотим, чтобы сохранялись все старые законы.

Попробуем вычислить $(1+(-1)) \cdot (-1)$ двумя способами. С одной стороны, это 0, так как в скобках получается 0, а мы требуем, чтобы при умножении чего угодно на 0 получался 0. С другой стороны, если использовать распределительный закон, то получится $1 \cdot (-1) + (-1) \cdot (-1)$. Первое слагаемое — это -1 (при умножении чего угодно на 1 получается само число). Тогда, если учитывать первый способ $(-1+(-1)) \cdot (-1)=0$, то $(-1) \cdot (-1)=1$.

7 класс. Зачем доказывать очевидное?

В седьмом классе ученики начинают изучать новую науку — геометрию — и сразу сталкиваются с двумя новыми понятиями: *аксиома* и *теорема*.

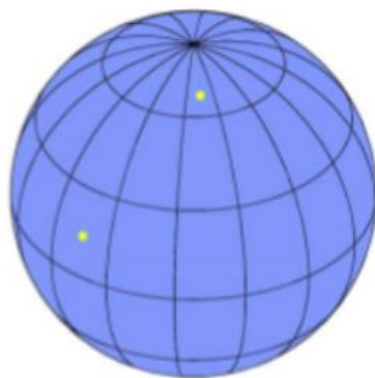
Аксиома — это истина, не требующая доказательств. А вот теорема, напротив, не может считаться таковой, если она не доказана.

Одна из аксиом гласит: «Через две точки можно провести прямую, причем только одну».

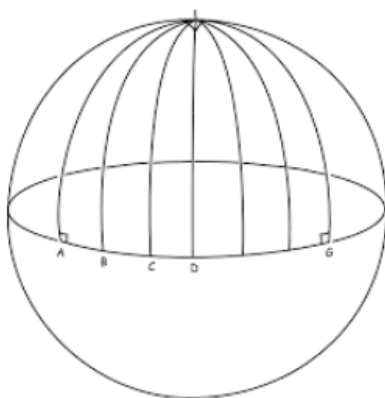
Одна из теорем гласит: «Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную данной, притом только одну».

Оба эти утверждения очевидны. Так почему же первое — аксиома, а второе — теорема?

Чтобы понять это, обратимся к бытовому смыслу прямой. Здравый смысл подсказывает, что прямая — это результат соединения двух точек кратчайшим способом и продолжения того, что получилось. Если соединить точки зигзагом, выйдет намного длиннее. Посмотрим, что произойдет с таким пониманием прямой на шаре:



Возьмем на шаре две точки: северный и южный полюс. Как пройти между ними кратчайшим способом? Ясно, что надо идти по меридиану. То есть меридиан — аналог прямой на шаре. Но меридианов несколько. Значит, через две точки на шаре можно провести более одной прямой. Более того, каждый из этих меридианов — перпендикуляр еще одной прямой — экватору. То есть из северного полюса на экватор можно опустить сколько угодно перпендикуляров.



На шаре теорема о перпендикулярах оказалась не только неочевидной, но еще и неверной. В этом главный смысл геометрии: мы делаем несколько предположений, называемых аксиомами, и начинаем рассуждать, опираясь только на них. Аксиомы могут быть не более очевидны, чем другие теоремы. Важно понимать, что аксиомы — фундамент геометрии, на котором все строится. Сделаем другие предположения — получим другую геометрию.

7 класс. Что такое вероятность?

В седьмом классе ученики начинают изучать новую науку Теорию вероятностей — наука, в которой эксперимент встречается с логикой. Экспериментаторы подсказывают, какие события считать равновероятными, а математик, пользуясь этими данными, сообщает количество динозавров по дороге на работу. Если не сообщить математику, какие исходы равновероятны, то можно попасть в беду.

Согласно известной шутке, вероятность встретить динозавра — 50%: либо встретишь, либо нет. Но никто из нас динозавров не встречал, а это значит, что вероятность существенно ниже. Однако, если заменить встречу с динозавром на выпадение решки в броске монетки, то рассуждение становится вполне логичным. Так в чем же ошибка? Чтобы ответить на этот вопрос, обсудим, что такое вероятность.

Надо отметить, что вероятность всегда была сложным вопросом для человечества. Задачи на вероятность человечество решает не одну сотню лет. Но стать наукой теория вероятностей смогла только недавно, а именно в XX веке. Это случилось во многом благодаря великому ученому XX века Андрею Николаевичу Колмогорову в тот момент, когда он дал строгий ответ на главный вопрос. Ответ, данный Колмогоровым, слишком сложен, поэтому ограничимся более ранними представлениями.

Рассмотрим такую задачу. Бросаем две монеты. Какова вероятность, что на одной решка, а на другой орел? У подобного броска три исхода: две решки, орел с решкой и два орла. Значит, вероятность орла с решкой — $1/3$. Однако простой эксперимент, который можно

провести дома (и уж точно стоит провести с детьми в классе), показывает: при большом числе бросков примерно в половине случаев выпадают орел с решкой.

В чем ошибка? В том, что три выписанных нами исхода не равновероятны. Мы «склеили» два случая: орел на первой монете, а решка на второй и наоборот. Та же ошибка допущена и в шутке про динозавра, здесь равновероятными считаются исходы «встретить» и «не встретить».

Но как понять, какие события равновероятны, а какие нет? Вообще говоря, никак. Равновероятность событий — то, что должно содержаться в условии задачи. Например, считая, что вероятность встретить динозавра — 50 %, математик вполне сможет решить задачу о среднем количестве динозавров, которых он встретит по дороге.

Главное удовольствие в изучении математики — это возможность сомневаться, задаваться вопросами, искать на них ответ и быть правым не потому, что ссылаешься на чье-то мнение, а потому что у тебя есть доказательство. Но это удовольствие нужно научить получать. Нужно задавать вопросы. Нужно поощрять детей искать ответы. Нужно, чтобы самим детям было не страшно подвергнуть чужие слова сомнению. А для того, чтобы это случилось, ученикам нужно много хороших учителей. И если в школе на уроке математики вас всегда волновал вопрос «почему?», если, читая эти вопросы, выше вы радовались, что больше людей узнает на них ответы, да даже просто если вам было приятно узнать новый для себя математический факт, то, возможно, один из этих учителей — вы.